

# 紀元前数千年の正多面体の謎

宮崎興二

京都大学名誉教授  
(ジャパン・ゾム・クラブ会長)

われわれの身のまわりは凸凹したさまざまな多面体で埋め尽くされている。コクセターの説を引用するまでもなく、その中の角柱や角錐については、人類は、火と同じくらい古くから使ってきたと思われる。それほどだから、紀元前 30 世紀ごろから現れはじめた四角錐状のピラミッドは、今や角錐の英語名になっている。人類最初の書物ともいわれたことのある紀元前 17 世紀ごろのリンダパピルスには四角柱や四角錐についての計算問題も出てくる。もっと古い書物が見つければもっと古い角柱や角錐が説明されているかも知れない。

角柱と角錐は底面の多角形に応じて好きなかたちにすることができるうえ、それぞれは非常に実用的なありふれたかたちをしていて、もはや多面体などとむずかしく言うほどのこともない。いわばもっとも初等的な多面体となっている。

それに対して、これぞ多面体、といわれるもっとも高等な多面体が 5 種類の正多面体である。これには、4 枚の正三角形からなる正四面体、6 枚の正方形からなる立方体（正六面体）、8 枚の正三角形からなる正八面体、12 枚の正五角形からなる正十二面体、20 枚の正三角形からなる正二〇面体がある。それぞれは 1 種類のみ、正多角形がどの頂点まわりにも同じ数ずつ同じ状態で集まってできていて、その整ったかたちは、対称性を見せるこの世の美しい立体の権化であるとされている。

では人類はいつごろこの正多面体の存在に気がついたのだろうか。

現代まで残されている文献の中で、5 種類すべてに関するはっきりとした記述が史上初めて見られるのは、紀元前 5～4 世紀ごろの古代ギリシアのプラトンのいくつかの対話編とされている。その中でも唯一の物理学的対話編とも言われる「ティマイオス」では、天文学者のティマイオスが宇宙の構成について正多面体を用いて説明する。つまり、宇宙のすべては極小の地水火風の四大元素とそれを入れる極大の宇宙の器で構成されといるとし、そのうち四大元素は、地水火風の順に、それぞれ立方体、正二〇面体、正四面体、正八面体のかたちをし、宇宙の器は残る正十二面体のかたちをしている、という（図 1）。

そのため正多面体は、紀元前後の古代ギリシアのヘロンが言いだして以後、「プラトンの立体」と言われてきた。

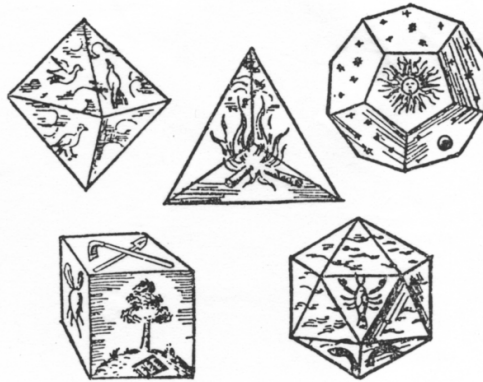


図1 プラトンによる宇宙の正多面体的構造。ケプラー「世界の調和」(1619)より。

プラトンの対話編は、現存する確実な文献の中では、人類史上最初の著作集とされており、そこにすでに正多面体の完全な記述が見られるということは、もし、もっと古い確実な文献が見つければそこにも正多面体の記述があるかも知れない。今なお正多面体の起源にあいまいさが残されているゆえんである。

そのあいまいさを示す一つの例が、紀元前4世紀のユークリッドの幾何学書「原本」の欄外に、いつのころからか残されてきた筆者不明の覚え書きに見られる。

今でも世界中の幾何学の入門書として使われ、人類の科学的知識の基礎になっているとされるこの「原本」の最後の頁は、正多面体には5種類あって5種類しかないことについての証明に充てられている。そのため、原本は、正多面体のために書かれた、とさえ言われている。その原本の写本の欄外に、いつのころからか、5種類の正多面体のうち、正四面体、立方体、正十二面体は、プラトンが師とあおぐ紀元前6世紀のピタゴラスが発見し、残る正八面体と正二十面体はプラトンの対話編にも出てくる紀元前5世紀のテアイテトスが見つけた、という作者不明(T. L. Heathによると紀元前1世紀の Geminus of Rhodes)の覚え書きが残されてきた。それを根拠に、正多面体の起源は紀元前6世紀ごろにある、というのが紀元前後から現代にいたる世界中の古今の知識人の常識になっていた。それを保証する資料として、ピタゴラスのころの正十二面体状の工作物や黄鉄鋼の結晶も知られている(図2)。

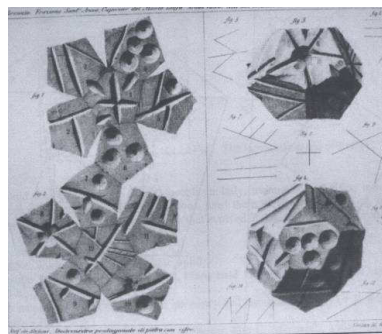


図2 ピタゴラスのころの正十二面体状の工作物の図。

そんな常識が広まっていた中の 1979 年、イギリスの著名な多面体建築家で幾何学的哲学者でもあるキース・クリッチロー(Keith Critchlow, 1933-)が「Time Stands Still」(時は今だ流れず)という書物をロンドンの出版社から出し、紀元前 10 世紀から 20 世紀ころの新石器時代後期に作られたと思われる野球のボール大の五つの正多面体状の石細工を、オックスフォードのアシュモリアン博物館(Ashmolean Museum)で発見した、と実物写真入りで発表したのである。同時に、協力者のロバート・ロウラー(Robert Lawlor, 1938-)も、同じ年に「Sacred Geometry」(邦訳: 神聖幾何学)を出し、その中でこの五つは正多面体に違いないと断言した。

クリッチローは、ロンドンの有名な建築学校AAスクールの教授として、イギリスの建築形態論の世界を牛耳ってきた。その論考はきわめて正確で、「Order in Space」(1969)は多面体幾何学者の聖書のように、また「Islamic Patterns」(1976)はアラベスクといったイスラム模様の研究の聖書のように崇められている。その人の発見というためもあってか、このニュースはあつというまに世界中に広まり、正多面体の起源に関する常識が覆がえられて、世界の各地で、正多面体はピタゴラスやプラトンどころか、紀元前数千年の新石器時代にすでに知られていたとされることになった。

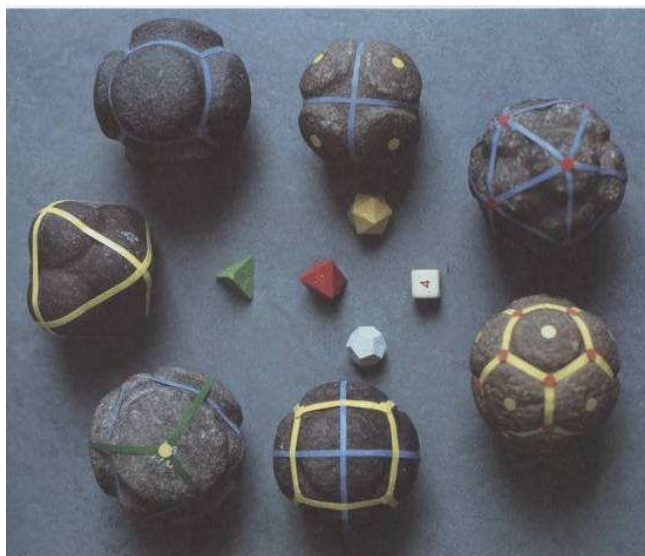


図3 クリッチローの「Time Stands Still」に掲載された正多面体やそれに近い形の石塊と説明用の現代のサイコロ。対称性を説明するためヒモが巻かれている。



図4 ロウラーの「Sacred Geometry」に掲載された5種類の正多面体状の石塊。

私事にわたるが、「Time Stands Still」と「Sacred Geometry」が出されたのと同じ1979年に、「多面体と建築」という、多面体に関する和書がほとんどなかった当時、多少目立った書物を出した筆者のところにも、この大ニュースを紹介した論文や写真などが間髪を入れずに届いた。その中に、ドイツの数学雑誌“Symmetrie”に出た、五つの正多面体状の石塊が、鉱物の結晶と一緒に並んだ写真や、「Sacred Geometry」に掲載されたのと同じ、ヒモで正多面体の稜線を強調した写真もあった。そうした写真や論文から判断して、筆者は、「クリッチローが、博物館の倉庫の片隅に転がっていた紀元前1000-2000年の五つの石塊の模様が五つの正多面体に一致することを発見した」と直感した。

驚いた筆者は、正多面体の起源は紀元前500-600年ごろのピタゴラスかプラトンあたりにあるという常識は間違っている、ということを一瞬も早く全日本人に知らそうと、自著で紹介するなどして、機会を見つけては国内で拡宣することになった。

そのためには証拠写真が欲しい。それでクリッチローに、写真の使用許可願いの手紙を、日本の誇る伝統的な多面体であるてまりの写真などを添えて、出版社経由で送った。しかし秘書から、手紙を受け取った、としか書かれていない返事があっただけだった。偉い学者だからしかたない、と思った筆者は、やむを得ず、もっとも見栄えのする“Symmetrie”の写真をフリーハンドでコピーして使った。

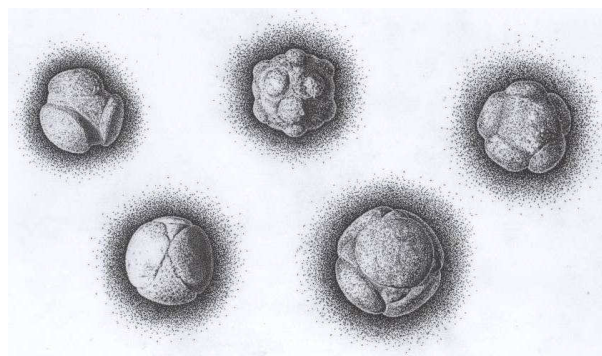


図5 “Symmetrie”に掲載された五つの石塊の写真の筆者のグループによるコピー。

クリッチローの大発見を広めるための筆者の努力は、その後、30年近く続いた。2010年にアメリカのジェイ・ボナーが考案してわが国のイメージミッション木鏡社が発売した組み立て多面体キット「ジオボール」に添えた筆者の解説文もその一端を見せている。ジオボールというのは、5種類のプラトンの正多面体と、それについて紀元前2世紀ごろアルキメデスが発見したという13種類の半正多面体（何種類かの正多角形が各頂点まわりに同じ状態で集まる多面体）の合わせて18種類だけを、典型的なイスラム模様であるアラベスクで飾られた厚紙で作るキットで、まさにクリッチローの「Islamic Patterns」の内容を商品化したようなものである。ボナーから送られてきた説明書原文には、もちろん、クリッチローの発見した石塊が紹介されていて、それをそのまま大きく解説文に入れた。

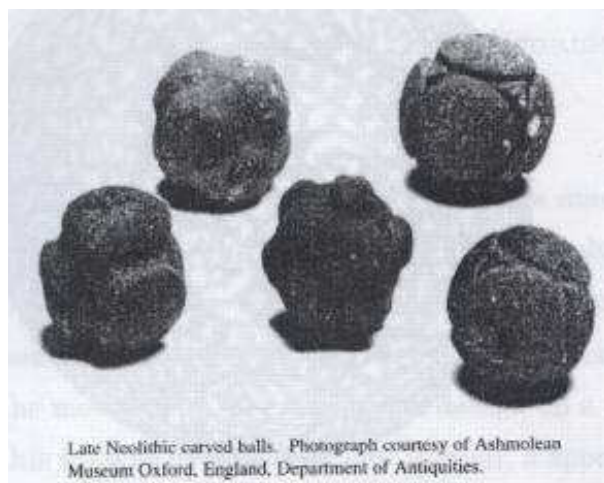


図6 ジョボールの箱のデザイン (左) とボナーの説明書原文の一部 (右)

こうした努力にもかかわらず日本国内からはほとんど何の反応もなかった。正多面体に関する日本人の無関心さもさることながら、たぶん筆者の評判の悪さが禍したと思われる。

実は、この評判の悪い筆者の研究ぶりをそれとなく見ていたのが、ルーマニア出身で、現在は京都の某巨大組織に属するCGアーティストとして活躍中のパトラスク・パウロ氏である。日本語に堪能な氏は、京大に入学して以来、筆者を指導教官に選んで筆者の研究内容をかなり深く把握していた。

その氏から、2012年8月中旬ごろ、突如、紀元前1000年の正多面体発見のニュースはちょっとおかしい、詳しいことは

<http://www.neverendingbooks.org/index.php/the-scottish-solids-hoax.html>

をのぞいて欲しい、というメールが届いた。

何のことかと思ってさっそくその頁を開き、愕然とした。まさにあの正確無比のクリッチローの記述に対する反論や中傷のオンパレードだった。たとえば、ある人は、よく似た石塊は、イギリスの巨石文化の発展した土地から400個前後も見つかっている、その中に、偶然に正多面体に近い形になったものなどいくらかでも見つかるのではないか、だから当時の人がプラトンのように正多面体を知っていたという証拠にはならない、という。また、別の意見では、正二〇面体と称しているのは正十二面体を見方を変えて見ているだけであって本当の正二〇面体はどこにもない、という。あるいは、ロウラーが紹介している写真(図4)の左端のものは、ほかの四つに比べてやたらにすべすべしていて、とても同じ仲間とは思われない、クリッチローらが無理にいろいろな石塊を寄せ集めたのではないか、という。極め付きの文句は、数学者のJohn Baezによるもので、実際にアシュモレアン博物館へ出向いて自ら調査したところ、クリッチローが紹介した5個の石塊は、アシュモレアンで現在公開している5個(図6右と同じ)とはまったく別物である、というのである。

要するに紀元前 1000 年の五つ揃った正多面体などどこにもない、クリッチローとロウラーのでっち上げ、ということである。それを知って筆者は、30 年前、クリッチローに写真使用の許可願いを出したとき返事をもらえなかったのはそのためだったのか、と直感すると同時に、間違っているかも知れないビッグニュースが筆者の評判の悪さのおかげで日本ではほとんど広まらなかったことに安堵の胸をなで下ろした。これぞ不幸中の幸いというべきである。

ではなぜ、30 年近くも経ってこんな疑問が出てきたのだろうか。

アシュモレアン博物館で新石器時代の正多面体を発見したと報告した 1979 年のクリッチローの「Time Stands Still」は、あっという間に大評判になり、1999 年にはアシュモレアンの地元のオックスフォード大から再版が出されたりした。さらに、2003 年に物理学者の M. Atiyah と P. Sutcliffe がこのニュースを絶賛する研究発表をするや、評判はますます高まり、2007 年にはエジンバラの出版社から復刻版も出された。

しかし、そこまで評判になると横やりが入るのは当然で、クリッチローの石塊がアシュモレアン博物館の収蔵品に一致しないことを発見した J. Baez は、2009 年、アメリカ数学会の数学史ならびに数学哲学の分野でその事実を暴露すると同時に、ネットでも公開した。その結果、おそらくはフェイスブックなどを媒介にして、世界各地の好事家が、よってたかって、しかもあっというまに、紀元前 1000-2000 年の正多面体の存在に疑問を呈し始めた。

このような騒ぎの中でクリッチロー自身はどうしているのだろうか。一部の有志が、クリッチロー、ならびに、問題の多面体の写真を撮ったあるいは作った G. Challifour に連絡を取ろうとしたが、なしのつぶてらしい。クリッチローは現在 80 歳前後で、おそらくインターネットの雑音とは縁遠く、世界の流行から離れて悠々たる人生を送っているのであろう。

そうなると、真実を知るには、問題の発端になった「Time Stands Still」を見るしかない。それで筆者は、現在発売中の 2007 年版を取り寄せて調べてみた。

全体的な内容は、紀元前 1000-2000 年の新石器時代のイギリスに残るストーンヘンジ初めさまざまな巨石遺物の形や配置関係を幾何学図形によって分析し、その結果として、古代のイギリス人は高度の幾何学的知識を持っていた、と主張するものになっている。その中の数ページが、図 3 などを使った正多面体状の石塊の解説に当てられているのである。ところが図 4 のように正確に五つが並んだ図は見当たらず、解説でも、どこにも五つの正多面体がすべて揃っているとはいっていない。ただ互いに双対な正多面体（頂点と側面を互いに置き換えた関係にある一対の正多面体）の組み合わせ 3 種類、つまり 2 個の正四面体の組み合わせ、立方体と正八面体の組み合わせ、正十二面体と正二〇面体の組み合わせ、がすべて見られるとだけである。それは正しい。しかもそれはそれで大発見ではないだろうか。しかもそれを見つける途中、アシュモリアン博物館と密接に相談しあった経過も書か

れている。アシュモリアンでは、そのとき使った石塊をふたたび倉庫の片隅にしまいこみ、それに代えて J. Baez の見つけた新しい五つを公開していると思われる。Baez 自身もその可能性を捨ててはいない。

つまりクリッチローは可能な限り厳密な考察をしているのであって、インターネットで非難されているようなインチキ活動は何もしていないことになる。あえていえば、事件の元凶はクリッチローの発見を明快に説明するため図 4 を発表したロウラーにあることになる。ただしそれも尊敬するクリッチローのためにしたことと考えれば罪はない。

結局、正多面体には 5 種類あるといった幾何学的な事実に気が付いていたかどうかは別にして、少なくとも、紀元前 1000-2000 年には、互いに双対な正多面体を組み合わせた 3 種類のかかなり高級な幾何学立体が作られていた、ということだけは確かなようである。

ただし、同じような石塊は、木製のレールの上に並べて巨石を動かすための巨大なボールベアリング代わりなどとして、スコットランドに 400 個ほども見つかっているうえ、これからも増える可能性がある。それらのうち半分は立方体に近いようであるが、それ以外のさまざまな多面体の姿も見せる。とすると、偶然の結果として、今後、何らかの正多面体や半正多面体に似たものも見つかるに違いない。

同じことは、わが国で古代から愛好されてきているてまりや折り紙についてもいえる（図 7）。

したがって、正多面体の起源について考えるのは、角柱や角錐の起源について考えるのと同じく、火の起源について考えるようなものかも知れない。



図 7 正多面体を見せる現代の折り紙（上）とてまり（下）。

この内容のビデオを YouTube でご覧いただくことができます。

その 1 : <http://www.youtube.com/watch?v=HDZqKKSagyE>

その 2 : <http://www.youtube.com/watch?v=MYeZk7YbwIA>